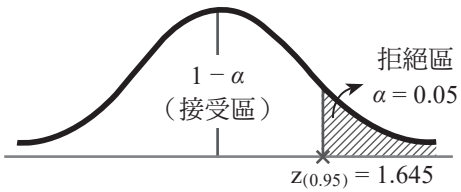
3. 統計值的計算



$$\overline{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \rightarrow Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{71.2 - 70}{\frac{10}{\sqrt{45}}} = 0.80 < 1.645\text{（臨界值）}$$

4. 結論

無法拒絕 H_0，即在顯著水準 0.05 下，無法拒絕 $\mu \leq 70$ 之假說；換言之，學生之數學分數未顯著高於 70 分。因此，教師之說法並未獲得證實。

著作權所有 侵害必究

4.5 統計檢定精神與假說成立之設定

假說檢定之主要目的在於尋找充分（顯著）的證據推翻虛無假說，若能推翻虛無假說，則對立假說成立；反之，若證據不夠充分（顯著），則無法拒絕虛無假說。統計檢定之拒絕與否，端視樣本統計量值與母體參數值之差異是否顯著 (significance) 而定，故統計檢定又稱顯著性檢定 (significance test)。檢定結果若無法拒絕 H_0，並非接受 H_0，而是拒絕 H_0 之證據不夠充分或不夠顯著。

檢定的第一步驟即是要建立虛無假說與對立假說。而要如何陳述 H_0 與 H_1 才不至於做出錯誤的判定，唯有了解統計檢定精神，才

華泰文化
HWA TAI PUBLISHING

能正確地設立假說。一般而言，虛無假說與對立假說之設定方式，可區分為抽樣前與抽樣後兩大類，茲分述如下。

4.5.1 抽樣前

所謂抽樣前係指研究者尚未進行實際抽樣（亦即無任何樣本資料），但須針對研究課題事先建立假說。抽樣前之建立假說方式，可區分為以下幾種樣態：

1. 研究者具體提出主張（或宣稱）：此時須設為對立假說

若研究者具體提出主張，例如零件供應商宣稱其零件瑕疵比例少於 8%，則該零件供應商若進行檢定，必須提出充分的證據證明自己零件瑕疵比例少於 8%，故其假說設定如下：

H_0：瑕疵之比例不少於 8%

H_1：瑕疵之比例少於 8%

反之，若購買該零件的廠商指控該批商品不合格，則該購買廠商必須提出充分的證據證明對方的零件瑕疵比例高於 8%，故其假說設定如下：

H_0：瑕疵之比例不高於 8%

H_1：瑕疵之比例高於 8%

範例 1

某冷氣廠商廣告宣稱其壓縮機壽命高於 10 年，若該廠商要證明廣告實在，如何建立假說？若消基會欲指控該廠商廣告誇大不實，則消基會如何建立假說？

著作權所有 侵害必究

華泰文化 HWA TAI PUBLISHING

解答

1. 廠商要證明廣告實在：

H_0：壓縮機壽命不高於 10 年

H_1：壓縮機壽命高於 10 年

2. 消基會欲指控該廠商廣告誇大不實：

H_0：壓縮機壽命不低於 10 年

H_1：壓縮機壽命低於 10 年

範例 2

某班數學教師宣稱其教學方法可將學生數學分數提升至高於 80 分，欲證明其說法，該教師對其任教之某班 50 名學生進行測試，請建立假說。

解答

假說建立如下：

H_0：數學平均分數未高於 80 分 ($\mu \leq 80$)

H_1：數學平均分數高於 80 分 ($\mu > 80$)

2. 差異性之檢定

若研究者欲了解母體參數是否有所改變（是否產生差異），則基於統計檢定之原理只能透過抽樣統計量，檢定母體參數差異是否顯著，故欲證明是否產生差異之假說必放於 H_1，從而相等之假說必為

著作權所有 侵害必究

華泰文化 HWA TAI PUBLISHING

H_0。舉例而言，若廠商同時引入兩種不同的製造方式，想了解兩種生產方式的平均產量是否有差異，則建立假說如下：

H_0：$\mu_1 = \mu_2$

H_1：$\mu_1 \neq \mu_2$

範例 3

若某統計學教師更換，系主任欲了解新舊教師教學績效是否有差異，請建立假說。

解答

假說建立如下：

H_0：新舊教師績效相同 ($\mu_1 = \mu_2$)

H_1：新舊教師績效有差異 ($\mu_1 \neq \mu_2$)

著作權所有 侵害必究

3. 保守原則：以避免重大損害之保守方式建立假說

首先再複習型 I 錯誤，型 I 錯誤係指當 H_0 為真，但檢定結果卻拒絕 H_0，接受 H_1，進而發生決策之錯誤。舉例而言，若某大藥廠製造之降血壓藥成分中，A 成分比例必須高於 40%，方能確保藥性安全無虞，否則藥物會致死。由於先進文明國家對於藥物致死皆視為重大危安事件，藥廠經常須付出巨額賠款與商譽損失，故該藥廠基於保守原則，應該建立之假說如下：

H_0：A 成分比例未高於 40%（致死）

H_1：A 成分比例高於 40%（安全）

華泰文化 HWA TAI PUBLISHING

如前所提，假說檢定之主要目的在於尋找充分證據推翻 H_0，故該藥廠必須針對每批藥品抽樣，以證明 A 成分比例顯著高於 40%，該藥品方可上市，否則該批藥品應該銷毀。針對本案例，茲分別進一步說明如下：

(1) 此案例的型 I 錯誤係指當 H_0 為真（藥品致命），但檢定結果卻拒絕 H_0，接受 H_1（藥品上市），進而發生決策錯誤之巨大風險（巨額賠款與商譽損失）。為降低型 I 錯誤，決策者會選定極低之顯著水準 α（α 為發生型 I 錯誤之最大機率），例如 $\alpha = 0.05$ 或 0.01。

(2) 選擇較低之 α，將使拒絕區域變小，進而使抽樣結果更難拒絕 H_0。例如，某批藥品抽樣結果 A 成分平均比例高達 45%，已經高於 40%，但為證明母體 A 成分比例（亦即整批藥品）低於 40%，假設計算所得之統計量為 1.8，此時若顯著水準 $\alpha = 0.05$，對應之臨界值為 1.645，則 $1.8 > 1.645$，落入拒絕區域，拒絕 H_0，該藥品可上市，惟仍有 0.05 的型 I 錯誤風險（亦即該藥品安全成分低於 40% 之機率仍有 5%）；若決策者認為 5% 機率之風險仍過高，則可降低顯著水準 α，例如設定 $\alpha = 0.01$（型 I 錯誤機率降為 1%），此時臨界值為 2.325，$1.8 < 2.325$，無法落入拒絕區域，無充分證據證明 A 成分比例顯著高於 40%，故該批藥品不可上市。因此相同之抽樣數字，藥品能否上市將因為決策者對於型 I 錯誤之風險承受能力而有所差異（上述統計量與臨界值之觀念將在第 5 章詳細說明）。

(3) 當 $\alpha = 0.01$ 時，由於安全標準提高（臨界值由 1.645 增加到 2.325），故認定 A 成分比例高於 40% 之證據不夠充分，進而做成該批藥品不可上市之決策。如前所提，若證據不夠充分，則

著作權所有 侵害必究

華泰文化
HWA TAI PUBLISHING

無法拒絕 H_0，但並不代表 H_0 成立（H_0 成立代表藥品致命）；換言之，檢定結果並非此批藥品必然致命，只是不夠安全。

(4) 綜合以上說明，本例所謂保守原則係指決策者為避免重大危害事件，將最壞之情況設定為 H_0（藥品會致命），再尋找充分之證據拒絕 H_0，並選擇決策者可以接受之（極低）顯著水準以降低（危害較大）型 I 錯誤之機率。一般而言，型 I 錯誤之危害愈大，則設定之顯著水準 α 值愈低。另外須注意，為降低型 I 錯誤之機率，將使檢定結果更難接受 H_1，故會增加型 II 錯誤（當 H_1 為真，藥品安全，但檢定結果卻拒絕 H_1，誤認為致命而銷毀）。惟相對於需要巨額賠款與商譽損失之型 I 錯誤，此案例之型 II 錯誤僅是藥廠錯誤地銷毀一批安全藥品而已，損失相對輕微。同理，設定愈嚴格的顯著水準，將會降低檢定力（亦即當 H_1 為真，藥品安全，檢定結果亦顯示 H_1 為真之機率），減少廠商正確將安全藥品上市銷售之機率。故統計檢定顯著水準之選擇，實為決策者權衡取捨之結果。上述型 II 錯誤與檢定力之觀念一般商管研究較少探討，僅提供一般概念供讀者參考。

著作權所有 侵害必究

範例 4

以法庭判決為例，必須先假設犯人無罪，請建立假說與說明原因。

解答

1. 假說：

H_0：犯人無罪

H_1：犯人有罪

華泰文化 HWA TAI PUBLISHING

2. 建立此假說之原因：

統計檢定精神	說明
尋求充分證據去否決 H_0	積極蒐集犯人之罪證，以證明犯人有罪
若無法拒絕 H_0，僅代表證據不夠充分，而非 H_0 為真	若犯人之罪證不足，則無法推翻犯人無罪之假說；此時不代表犯人真的無罪，僅是無充分證據認定其有罪
型 I 錯誤比型 II 錯誤嚴重	1. 型 I 錯誤：無罪之犯人（H_0 為真）被判定有罪（誤認 H_1 為真），後果嚴重 2. 型 II 錯誤：有罪之犯人（H_1 為真）被判定無罪（誤認 H_0 為真），後果較不嚴重

著作權所有 侵害必究

範例 5

若高鐵公司安全行控中心有軌道異常之訊號燈，當訊號燈亮時顯示列車軌道異常，須立即停駛。惟亦有其他許多可能（包含氣候、線路故障等）會造成燈號亮起，但事實上列車軌道係正常。當異常之訊號燈號亮起，請建立假說（軌道異常與軌道正常）與說明原因。

解答

1. 假說：

   H_0：軌道異常（列車停駛）

   H_1：軌道正常（列車正常行駛）

2. 建立此假說之原因：此係保守原則之應用，當異常之訊號燈號亮起，先假設最壞狀況，命令列車停駛，再派員查看是否因為其他原因造成異常之訊號燈號亮起，若有充分證據顯示是其他因素造

華泰文化 HWA TAI PUBLISHING

成異常之訊號燈號亮起，才可以拒絕 H_0，接受 H_1（讓列車正常行駛）。此案例之型 I 錯誤為軌道異常卻誤認軌道正常，將產生重大之危害。而型 II 錯誤則為軌道可正常行駛卻誤判為軌道異常，僅造成列車延誤，相對危害不大。

4.5.2 抽樣後

若研究者已經過實際抽樣，得到樣本統計量，例如樣本平均值、樣本標準差等，則必須按照樣本所顯示之資訊進行同方向之檢定。舉例而言，某量販店宣稱其「客戶之平均消費額高於 1,500 元」，為檢驗其宣稱是否可信，今抽取部分消費者進行調查，調查結果：(1) 平均消費額為 1,350 元；(2) 平均消費額為 1,650 元。請寫下所欲檢驗之假說，並就調查結果說明該如何進行統計檢定。

著作權所有 侵害必究

1. 欲驗證之假說

假說：某量販店之客戶平均消費額高於 1,500 元。

2. 統計檢定

(1) 由於抽樣結果平均消費額低於 1,500 元，因此無須進行任何的統計檢定。

(2) 抽樣結果 1,650 元高於所宣稱的 1,500 元，為慎重起見必須進行統計檢定。其統計假說如下：

H_0：客戶平均消費額未高於 1,500 元 ($\mu \leq 1{,}500$)

H_1：客戶平均消費額高於 1,500 元 ($\mu > 1{,}500$)

華泰文化
HWA TAI PUBLISHING

然後計算應有的統計量，並判斷是否拒絕虛無假說（此部分將於後續章節詳細說明）。若檢定結果拒絕 H_0，表示客戶平均消費額顯著高於 1,500 元，因而研究者無法拒絕該量販店的宣稱。

此例主要說明統計檢定的目的係是嚴謹地驗證該量販店之宣稱，檢視抽樣結果是否足以支持該說法。若抽樣結果已明顯無法支持 (1,350 < 1,500)，則無須進行統計檢定。唯有在抽樣結果與宣稱一致時，才須進一步加以驗證。

範例 6

若某產品廣告宣傳平均壽命大於 3 年，經抽樣後發現平均壽命為 2.7 年，由於樣本平均值已顯示平均壽命低於產品廣告所宣傳之大於 3 年，故只能證明該產品實際平均壽命小於 3 年（亦即只能證明廣告不實），請建立假說。

解答

假說建立如下：

H_0：$\mu \geq 3$

H_1：$\mu < 3$

著作權所有 侵害必究

華泰文化
HWA TAI PUBLISHING

範例 7

若該產品廣告宣傳壽命為 3 年，經抽樣後發現樣本平均壽命為 3.4 年，則只能證明該產品實際平均壽命超過 3 年，無法證明廣告不實，請建立假說。

解答

假說建立如下：

H_0：$\mu \leq 3$

H_1：$\mu > 3$

範例 8

若該產品原先壽命為 3 年，現引入新製造方式，經抽樣後發現樣本平均壽命為 3.2 年，若為雙尾檢定，請建立假說。

解答

假說建立如下：

H_0：平均壽命等於 3 年 ($\mu = 3$)

H_1：平均壽命不等於 3 年 ($\mu \neq 3$)

著作權所有 侵害必究

華泰文化 HWA TAI PUBLISHING

上述統計假說之設定原則，整合如下表：

	H_0	H_1	範例
抽樣前	與試驗者欲證實之敘述相反	試驗者欲證實之敘述	1. 某廠商欲證實其產品平均壽命高於 10 年 H_0：$\mu \leq 10$ H_1：$\mu > 10$ 2. 廠商宣稱其產品平均壽命高於 10 年，消基會欲提出反駁 H_0：$\mu \geq 10$ H_1：$\mu < 10$
	含有等號之敘述	不含有等號之敘述	若廠商同時引入兩種不同的製造方式，想了解兩種生產方式的平均產量是否有差異 H_0：$\mu_1 = \mu_2$ H_1：$\mu_1 \neq \mu_2$
	保守原則（型 I 錯誤風險較高）		1. 某藥品中 A 成分含量未高於 40% 則會致死 H_0：$P_a \leq 40\%$ H_1：$P_a > 40\%$ 2. 法庭判決 H_0：犯人無罪 H_1：犯人有罪
抽樣後	單尾： 將樣本統計量不支持之現象置於 H_0	將樣本統計量支持之現象置於 H_1	1. 某產品廣告宣傳平均壽命大於 3 年，經抽樣後發現平均壽命為 2.7 年 H_0：$\mu \geq 3$ H_1：$\mu < 3$ 2. 某產品廣告宣傳平均壽命為 3 年，經抽樣後發現平均壽命為 3.4 年 H_0：$\mu \leq 3$ H_1：$\mu > 3$
	雙尾： 含有等號之敘述	不含有等號之敘述	若該產品原先壽命為 3 年，現引入新製造方式，經抽樣後發現樣本平均壽命為 3.2 年，若為雙尾檢定，則假說如下： H_0：平均壽命等於 3 年 ($\mu = 3$) H_1：平均壽命不等於 3 年 ($\mu \neq 3$)

版權所有 侵害必究

華泰文化
HWA TAI PUBLISHING